

Números

Números enteros, fracciones y decimales

- ✓ El conjunto de los números enteros. M1
- ✓ Adición y sustracción de números enteros. M1
- ✓ Multiplicación y división de fracciones positivas. M1
- ✓ Multiplicación y división de números decimales. M1

Porcentaje y potencias

- ✓ Representación del porcentaje. M1
- ✓ Cálculo de porcentajes. M1
- ✓ Potencias de base 10. M1
- ✓ Notación científica. M1

Prepárate para aprender

Ten en cuenta lo que has aprendido en cursos anteriores y recuerda las diferentes estrategias que aplicas para adquirir nuevos conocimientos. ¡Úsalas para estudiar los temas de la unidad!

- Cuando tienes que estudiar un tema en particular, ¿cómo te organizas?

- ¿Con cuál de los temas de la unidad te sientes familiarizado?, ¿qué recuerdas de él?

- ¿Crees que alguno de los temas de la unidad es complicado?, ¿por qué?



Inicio de la Ruta

Responde las siguientes preguntas, que evalúan los conocimientos previos necesarios para abordar esta unidad:

- 1 ¿En cuál de las siguientes opciones los números están ordenados de mayor a menor?
 - A. 168.275, 168.725, 186.275, 186.725
 - B. 186.725, 186.275, 168.725, 168.275**
 - C. 168.275, 186.275, 168.725, 186.725
 - D. 186.725, 168.275, 186.275, 168.725
- 2 ¿Cuál(es) de las siguientes operaciones está(n) correcta(s)?
 - I. $42.897 + 53.068 - 62.701 = 33.264$
 - II. $57.002 - 48.900 + 27.398 = 27.389$
 - III. $83.705 + 28.043 - 75.200 = 326.548$
 - A. Solo I**
 - B. I y II
 - C. II y III
 - D. I, II y III
- 3 ¿Cuál es el resultado de la siguiente operación?

$$3\{[7(12 - 8) + 10] - 4(7 - 5)^2\}$$
 - A. 22
 - B. 44
 - C. 66**
 - D. 88
- 4 Francisco tiene dos cables: uno con 160 cm de longitud y el otro de 140 cm. Si quiere dividirlos en trozos de igual medida, ¿cuál es la máxima longitud que podría tener cada trozo?
 - A. 20 cm**
 - B. 40 cm
 - C. 70 cm
 - D. 80 cm
- 5 De un tarro de pintura, Marta ocupó $\frac{1}{5}$ para pintar una puerta y $\frac{4}{6}$ para pintar una mesa. ¿Qué parte de la pintura quedó en el tarro?
 - A. $\frac{2}{15}$**
 - B. $\frac{3}{15}$
 - C. $\frac{1}{16}$
 - D. $\frac{5}{16}$
- 6 Una fundación recibió una donativo de 10 cajas que contienen 237,45 kg de cereales cada una; 100 bolsas con 50,65 kg de frutas y verduras cada una, y 1.000 bolsas con 13,547 kg de arroz cada una. ¿Cuántos kilogramos de alimentos recibió en total la fundación?
 - A. 20,9856
 - B. 209,856
 - C. 2.098,65
 - D. 20.986,5**
- 7 La capacidad de cierto teatro es de 500 personas. Si el público que está en la fila representa el 120 % del aforo, ¿cuántas personas acudieron al teatro y cuántas no podrán ingresar en esta oportunidad?
 - A. Acudieron 550 personas y 50 no podrán ingresar.
 - B. Acudieron 600 personas y 100 no podrán ingresar.**
 - C. Acudieron 500 personas y todas podrán ingresar.
 - D. Acudieron 100 personas y todas podrán ingresar.

Verifica tus respuestas y luego completa la siguiente tabla:

Ítems	Contenido	Nivel de logro
1, 2, 3 y 4	Números naturales	Logrado: 6 o más respuestas correctas. Medianamente logrado: 5 respuestas correctas. Por lograr: 4 o menos respuestas correctas.
5 y 6	Fracciones y decimales	
7	Porcentajes	

Números enteros, fracciones y decimales

Habilidades:

Resolver problemas, representar, modelar y argumentar.

Meta: Comprender y resolver operaciones con números enteros, fracciones y decimales.

Números como los naturales, los enteros, las fracciones y los decimales surgieron como respuesta a la necesidad de las personas de interpretar el mundo que las rodea. Los números decimales, por ejemplo, son de gran importancia en muchas competencias deportivas en las que el cronometraje debe precisarse hasta las milésimas de segundo para determinar el ganador.



¿En qué situaciones utilizas los números naturales?

¿Qué significa la expresión falta un cuarto para las 2 p. m.?

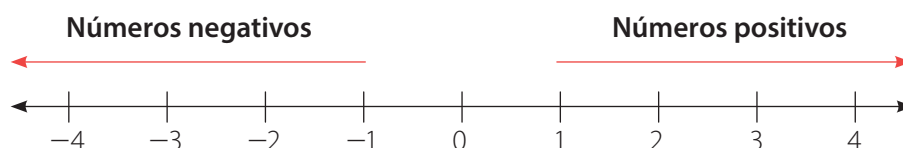
¿Cuándo has usado los números decimales?

1.1 El conjunto de los números enteros

El **conjunto de los números enteros**, que se simboliza con la letra $\mathbb{Z}$, y está formado por los números enteros positivos ($\mathbb{Z}^+$), el cero (0) y los números enteros negativos ($\mathbb{Z}^-$):

$$\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^+$$

El conjunto $\mathbb{Z}$ se puede representar en la recta numérica como se muestra a continuación:



El 0 no es positivo ni negativo

Ejemplo 1

¿En qué situaciones de la vida cotidiana se usan los números enteros? Nombra algunas.

Los números enteros se utilizan en diversas situaciones. En la tabla se presentan algunas de ellas.

Situación	Números negativos	0 (cero)	Números positivos
Transacciones comerciales.	Saldos en contra.	No hay dinero ni se debe dinero.	Saldos a favor.
Medida de la temperatura.	Temperaturas inferiores a 0 °C.	Temperatura en la que el hielo se funde.	Temperaturas superiores a 0 °C.
Medida de la altitud terrestre.	Altitudes inferiores al nivel del mar.	Nivel del mar.	Altitudes superiores al nivel del mar.

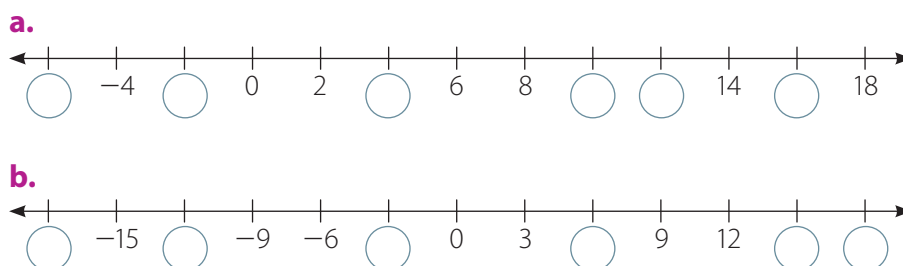
Practica

Escribe una X en el número entero que representa cada situación.

- Marcela le debe al banco \$2.500.000. ☒ - 2.500.000 ☐ + 2.500.000
- El alpinista está a 438 m de altura. ☐ - 438 ☒ + 438
- Manuel depositó \$350.000 en el banco. ☐ - 350.000 ☒ + 350.000
- La temperatura está 7 °C bajo cero. ☒ - 7 ☐ + 7
- El submarino está a 150 m de profundidad. ☒ - 150 ☐ + 150

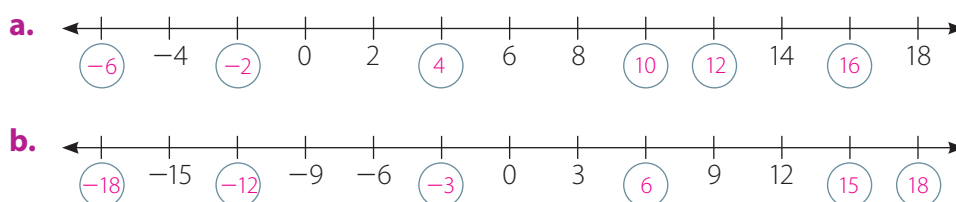
Ejemplo 2

Escribe en cada casilla el número entero que corresponda.



Cada número entero positivo tiene un **inverso aditivo** u **opuesto** en el conjunto de los números enteros negativos y viceversa. Un número entero y su opuesto están a la misma distancia del 0 en la recta numérica.

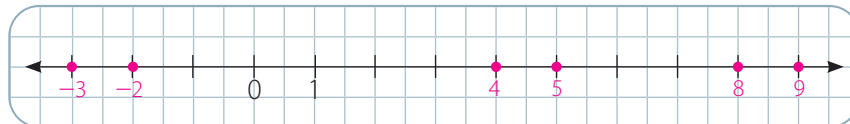
Considerando la escala en cada recta, y que a la izquierda de 0 se ubican los números negativos y a la derecha los positivos, entonces, los números que van en las casillas son los siguientes:



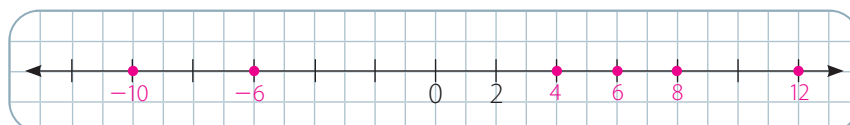
Practica

Ubica los números de cada grupo en la recta numérica.

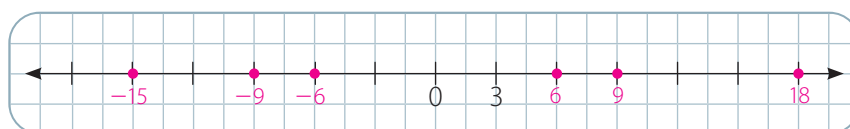
1. $-2, -3, 4, 5, 8$ y 9



2. $-10, 26, 4, 6, 8$ y 12

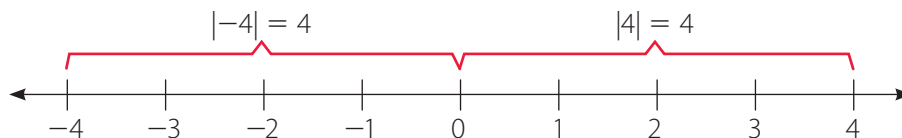


3. $-15, 29, 26, 6, 9$ y 18



Te explico

El **valor absoluto** de un número entero $a \neq 0$ es la distancia entre a y el 0 en la recta numérica. Se trata siempre de una cantidad positiva y se simboliza $|a|$.



Un número entero y su inverso aditivo tienen el mismo valor absoluto.

El valor absoluto de 0 es 0.

Ejemplo 3

Calcula los siguientes valores absolutos. Justifica tu respuesta.

- | | | |
|-----------|------------|------------------|
| a. $ -5 $ | c. $ -13 $ | e. $ -3 + 10 $ |
| b. $ 10 $ | d. $ 18 $ | f. $ 19 + -2 $ |

a. $|-5| = 5$ porque -5 está a 5 unidades de 0 en la recta numérica.

b. $|10| = 10$ porque entre $+10$ y 0 hay 10 unidades de distancia.

c. $|-13| = 13$ porque hay 13 unidades de distancia entre -13 y 0.

d. $|18| = 18$ porque entre $+18$ y 0 hay 18 unidades de distancia.

e. $|-3| + |10| = 3 + 10 = 13$ porque $|-3| = 3$ y $|10| = 10$.

f. $|19| + |-2| = 19 + 2 = 21$ porque $|19| = 19$ y $|-2| = 2$.

Practica

Determina los siguientes valores absolutos:

1. $|-8| = \underline{8}$

2. $|-12| = \underline{12}$

3. $|0| = \underline{0}$

4. $|-6| + |4| = \underline{10}$

5. $|8| - |-8| = \underline{0}$

6. $|-5| \cdot |-1| = \underline{5}$



Te explico

Al **comparar dos números enteros**, debemos tener en cuenta los siguientes criterios:

- Si son números positivos, se comparan igual que los números naturales.
- Si un número es positivo y el otro negativo, siempre es mayor el entero positivo.
- Si ambos son números negativos, se comparan sus valores absolutos y será menor aquel que tenga mayor valor absoluto.

Ejemplo 4

Compara los números y escribe $<$ o $>$ según corresponda. Justifica en cada caso.

a. $7 \bigcirc 12$

b. $23 \bigcirc 0$

c. $-39 \bigcirc -25$

d. $17 \bigcirc -15$

e. $-29 \bigcirc 28$

f. $-79 \bigcirc -83$

Aplicamos los criterios estudiados anteriormente y comparamos cada par de números.

a. $7 < 12$ porque 7 y 12 son números enteros positivos y se comparan igual que los números naturales.

b. $23 > 0$ porque todo número entero positivo es mayor que 0.

c. $-39 < -25$ porque $|-39| = 39$, $|-25| = 25$ y $39 > 25$.

d. $17 > -15$ porque un entero positivo siempre es mayor que un entero negativo.

e. $-29 < 28$ porque un entero positivo siempre es mayor que un entero negativo.

f. $-79 > -83$ porque $|-79| = 79$, $|-83| = 83$ y $83 > 79$.

Cero es menor que cualquier número entero positivo.

Cero es mayor que cualquier número entero negativo.

Practica

Completa cada expresión con el signo $>$, $<$ o $=$.

1. $9 \bigcirc 5$

2. $-2 \bigcirc 0$

3. $38 \bigcirc 47$

4. $26 \bigcirc -78$

5. $-18 \bigcirc 36$

6. $-44 \bigcirc -39$

7. $|-8| \bigcirc |8|$

8. $|-13| \bigcirc |10|$

9. $|25| \bigcirc |-25|$



Te explico

Otra manera de comparar números enteros es representándolos en la recta numérica. En la recta siempre es mayor el número situado a la derecha del otro.



Ejemplo 5

Representa los números de cada grupo en una recta numérica. Luego, ordénalos de menor a mayor.

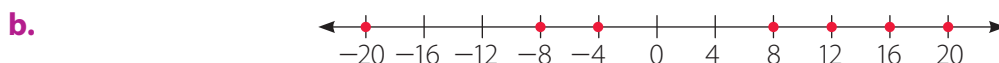
a. -2 ; 6 ; -5 ; 4 ; -7 ; 3 y 10

b. -4 ; 12 ; 16 ; -8 ; -20 ; 8 y 20

Para representar los números, escogemos la escala más conveniente en cada recta numérica.



Por lo tanto, $-7 < -5 < -2 < 3 < 4 < 6 < 10$.

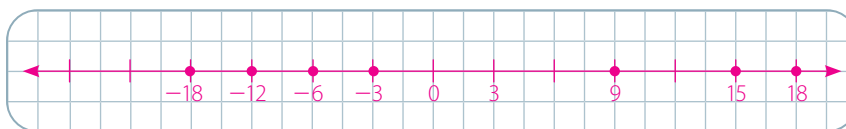


Así, $-20 < -8 < -4 < 8 < 12 < 16 < 20$.

Practica

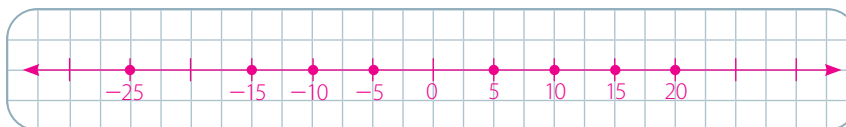
Representa los números de cada grupo en una recta numérica. Luego, ordénalos de menor a mayor.

1. -3 ; -18 ; -6 ; 9 ; -12 ; 15 ; 18



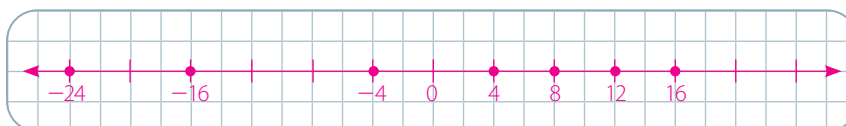
$-18 < -12 < -6 < -3 < 9 < 15 < 18$

2. -15 ; 10 ; 20 ; -5 ; -25 ; 15 ; -10 ; 5



$-25 < -15 < -10 < -5 < 5 < 10 < 15 < 20$

3. -16 ; 8 ; 16 ; -4 ; -24 ; 12 ; 4



$-24 < -16 < -4 < 4 < 8 < 12 < 16$

1.2 Adición y sustracción de números enteros

↑ Para efectuar la **adición de dos números enteros de igual signo**, se suman los valores absolutos y en el resultado se mantiene el signo de los sumandos.

Para efectuar la **adición de dos números enteros de diferente signo**, se restan los valores absolutos y en el resultado se mantiene el signo del número de mayor valor absoluto.

Para efectuar la **sustracción de dos números enteros**, al minuendo se le suma el opuesto o inverso aditivo del sustraendo.

Ejemplo 1

Efectúa las siguientes adiciones de números enteros. Justifica en cada caso.

- a. $21 + 9$ b. $-15 + 15$ c. $-7 + (-8)$ d. $-6 + 2$

En cada adición debemos considerar si los sumandos son de igual signo o de diferente signo y aplicar los criterios respectivos.

- a. En la adición $21 + 9$ ambos sumandos son positivos; por lo tanto, sumamos los valores absolutos y en el resultado mantenemos el signo positivo.

$$|21| + |9| = 21 + 9 = 30 \Rightarrow 21 + 9 = 30$$

- b. Como en la operación $-15 + 15$ los sumandos son de diferente signo, entonces, restamos los valores absolutos. En este caso, el resultado es 0, que no es positivo ni negativo.

$$|-15| - |15| = 15 - 15 = 0 \Rightarrow -15 + 15 = 0$$

- c. En la adición $-7 + (-8)$ ambos sumandos son negativos; por lo tanto, sumamos los valores absolutos y en el resultado conservamos el signo negativo.

$$|-7| + |-8| = 7 + 8 = 15 \Rightarrow -7 + (-8) = -15$$

- d. En la adición $-6 + 2$ los sumandos son de diferente signo, entonces, restamos los valores absolutos y en el resultado mantenemos el signo del número con mayor valor absoluto, que en este caso es negativo.

$$|-6| - |2| = 6 - 2 = 4 \Rightarrow -6 + 2 = -4$$

Practica

Resuelve las siguientes adiciones:

1. $-9 + 5$

$$-9 + 5 = -4$$

2. $13 + (-5)$

$$13 - 5 = 8$$

3. $37 + (-7)$

$$37 + (-7) = 30$$

4. $-14 + (-13)$

$$-14 + (-13) = -27$$

Practica

Efectúa las siguientes operaciones. Sigue el ejemplo.

1. $4 + (-8) + (-10) + 9 + (-3)$

$$= 4 + 9 + (-8) + (-10) + (-3)$$

$$= 13 + (-21)$$

$$= -8$$

↖ Agrupamos los enteros positivos y los enteros negativos.

↖ Sumamos por separado los positivos y los negativos.

↖ Resolvemos la operación resultante.

2. $18 + (-36) + 20 + (-23) + 15$

$$\begin{aligned} &18 + (-36) + 20 + (-23) + 15 \\ &= 18 + 20 + 15 + (-36) + (-23) \\ &= 53 + (-59) \\ &= -6 \end{aligned}$$

3. $-10 + (-17) + 23 + 5 + (-19) + (-8)$

$$\begin{aligned} &-10 + (-17) + 23 + 5 + (-19) + (-8) \\ &= 23 + 5 + (-10) + (-17) + (-19) + (-8) \\ &= 28 + (-54) \\ &= -26 \end{aligned}$$

En general:
 $(-a) = -a$

Ejemplo 2

Resuelve las siguientes sustracciones:

a. $13 - 18$

b. $-23 - 23$

c. $-28 - (-16)$

Debemos expresar cada sustracción como la adición del minuendo con el opuesto o inverso aditivo del sustraendo. Luego, aplicamos los criterios estudiados para la adición. Por lo tanto:

a. $13 - 18 = 13 + (-18) = -5$

b. $-23 - 23 = -23 + (-23) = -46$

c. $-28 - (-16) = -28 + 16 = -12$

Los términos de una sustracción son minuendo, sustraendo y diferencia.

Minuendo

$$\begin{array}{c} \downarrow \\ 58 - 42 = 16 \leftarrow \text{Diferencia} \\ \uparrow \\ \text{Sustraendo} \end{array}$$

Practica

Completa cada tabla.

1.

a	b	$a - b$
-7	15	-22
9	-24	33
-13	-11	-2
25	-19	44

2.

a	b	$a - b$
-18	29	-47
46	-30	76
-21	-34	13
-54	72	-126



Te explico

Para representar la **adición de dos números enteros en la recta numérica**, se ubica el primer sumando y luego se cuenta hacia la derecha, si el segundo sumando es positivo, o se cuenta hacia la izquierda, si es negativo.

Para representar la **sustracción de dos números enteros en la recta numérica**, se ubica el minuendo, se calcula el inverso aditivo del sustraendo y se cuenta hacia la derecha, si el resultado es positivo, o se cuenta hacia la izquierda, si el resultado es negativo.

Ejemplo 3

Representa en la recta numérica la adición $-8 + 5$. Luego, calcula el resultado.

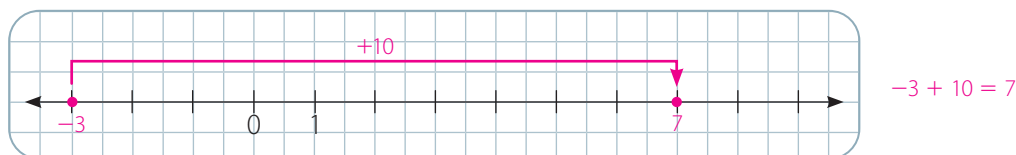
Para representar la adición propuesta, ubicamos el primer sumando (-8) y luego contamos hacia la derecha 5 unidades.



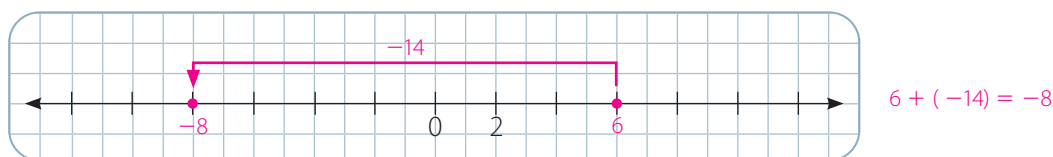
Practica

Representa las siguientes adiciones en la recta numérica y calcula las sumas:

1. $-3 + 10$



2. $6 + (-14)$

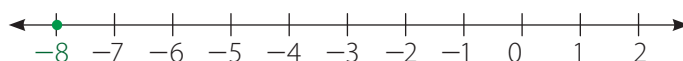


Ejemplo 4

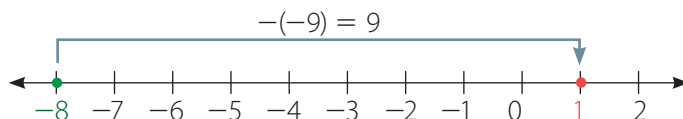
Representa la sustracción $-8 - (-9)$ en la recta numérica. Luego, calcula la diferencia.

Para representar en la recta la sustracción que se propone, podemos considerar los siguientes pasos:

Paso 1. Ubicamos el minuendo (-8).



Paso 2. Calculamos el inverso aditivo del sustraendo [$-(-9) = 9$] y contamos hacia la derecha 9 unidades.



Según lo anterior, $-8 - (-9) = -8 + 9 = 1$

1.3 Multiplicación y división de fracciones positivas

El **producto de dos fracciones positivas** es otra fracción, cuyo numerador es el producto de los numeradores y el denominador es el producto de los denominadores.

Si $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ son fracciones tales que a, b, c y d son números naturales, entonces:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Para obtener el **cociente de dos fracciones positivas**, se multiplica el dividendo por el inverso multiplicativo del divisor. El inverso multiplicativo de una fracción positiva $\frac{a}{b}$, en la que b es diferente de 0, es la fracción $\frac{b}{a}$ y es tal que $\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$.

Si $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ son fracciones tales que a, b, c y d son números naturales, entonces:

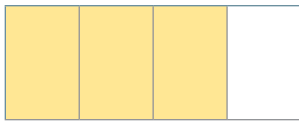
$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Ejemplo 1

Representa gráficamente la multiplicación $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}$. Luego, calcula el producto.

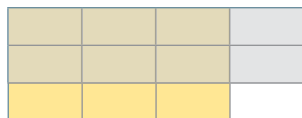
Primero, coloreamos con amarillo los $\frac{3}{4}$ del rectángulo.

Partición con trazos verticales.



Luego, sombreamos los $\frac{2}{3}$ del rectángulo. La zona con dos colores representa el producto buscado.

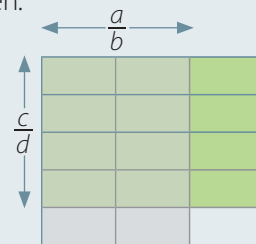
Nueva partición con trazos horizontales.



Observamos que la zona con los dos colores corresponde a $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ del rectángulo; por lo tanto:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$$

El producto de las fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ se puede representar como un rectángulo. Por ejemplo, si el ancho mide $\frac{a}{b}$ unidades y el largo, $\frac{c}{d}$ unidades, entonces, el área $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}$ se representa como la región doblemente sombreada en esta imagen:



Ejemplo 2

Resuelve las siguientes multiplicaciones aplicando el procedimiento numérico.

a. $\frac{11}{21} \cdot \frac{7}{5}$

b. $\frac{8}{15} \cdot \frac{5}{16}$

Para resolver, aplicamos el procedimiento estudiado.

a. $\frac{11}{21} \cdot \frac{7}{5} = \frac{11 \cdot 7}{21 \cdot 5} = \frac{77}{105} = \frac{11}{15}$

Multiplicamos numeradores entre sí y denominadores entre sí y simplificamos por 7. $\frac{77}{105} = \frac{11 \cdot \cancel{7}}{15 \cdot \cancel{7}} = \frac{11}{15}$.

b. $\frac{8}{15} \cdot \frac{5}{16} = \frac{1 \cdot 1}{3 \cdot 2} = \frac{1}{6}$

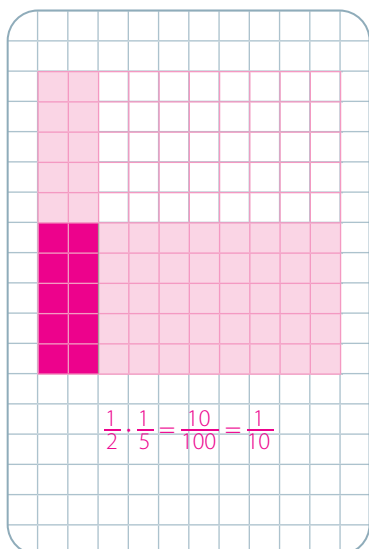
Primero, simplificamos por 8 y por 5. Luego, multiplicamos.

$$\frac{\cancel{8}}{\cancel{15}} \cdot \frac{\cancel{5}}{\cancel{16}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

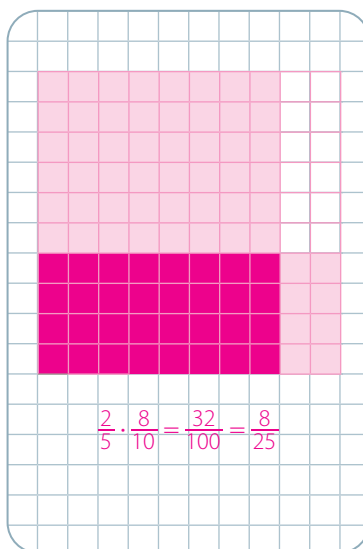
Practica

1. Representa gráficamente las siguientes multiplicaciones. Luego, calcula los productos.

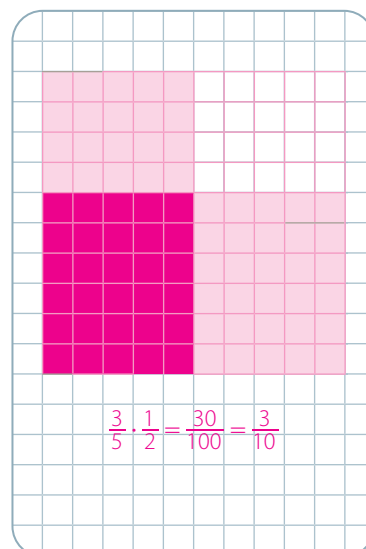
a. $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5}$



b. $\frac{2}{5} \cdot \frac{8}{10}$



c. $\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2}$



2. Efectúa las siguientes multiplicaciones mediante el procedimiento numérico:

a. $\frac{4}{9} \cdot \frac{5}{6}$

$$\frac{4}{9} \cdot \frac{5}{6} = \frac{20}{54} = \frac{10}{27}$$

b. $\frac{7}{1} \cdot \frac{2}{5}$

$$\frac{7}{1} \cdot \frac{2}{5} = \frac{14}{5}$$

c. $\frac{5}{18} \cdot \frac{6}{1}$

$$\frac{5}{18} \cdot \frac{6}{1} = \frac{30}{18} = \frac{5}{3}$$

d. $\frac{81}{16} \cdot \frac{8}{27}$

$$\frac{81}{16} \cdot \frac{8}{27} = \frac{648}{432} = \frac{3}{2}$$

e. $\frac{1}{8} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6}$

$$\frac{1}{8} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} = \frac{15}{192} = \frac{5}{64}$$

f. $\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2}$

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{9}{50}$$

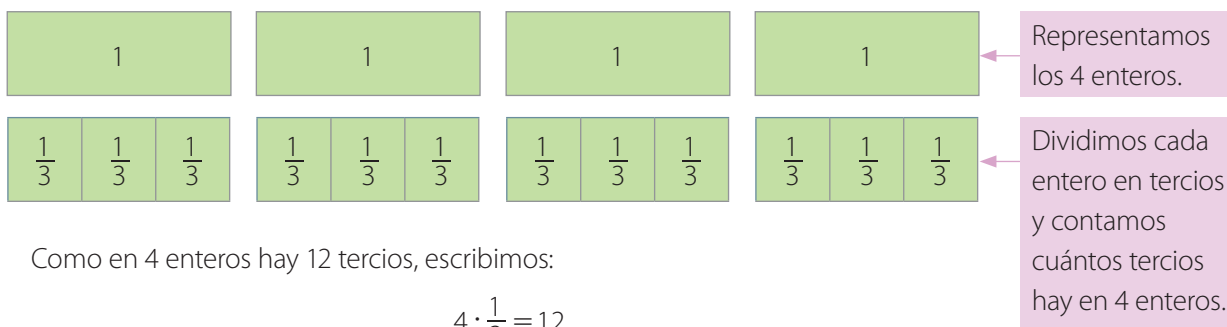
Ejemplo 3

Representa gráficamente las siguientes divisiones. Luego, calcula los cocientes.

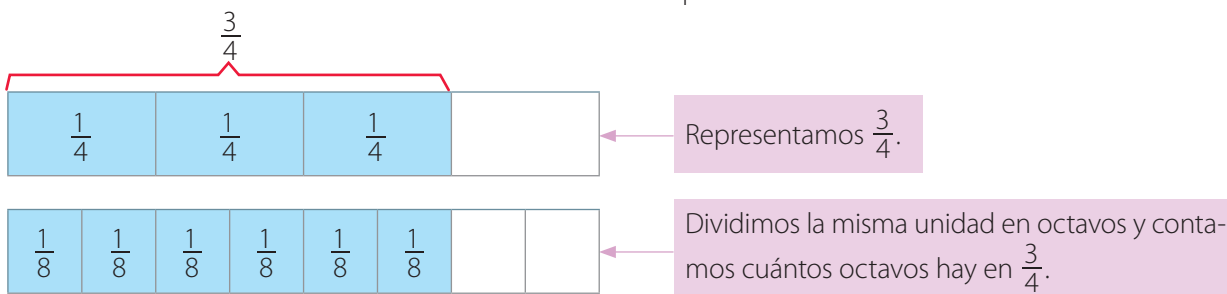
a. $4 : \frac{1}{3}$

b. $\frac{3}{4} : \frac{1}{8}$

- a. Según la división $4 : \frac{1}{3}$, debemos calcular cuántos tercios hay en 4 enteros. Para ello, podemos considerar los siguientes pasos:



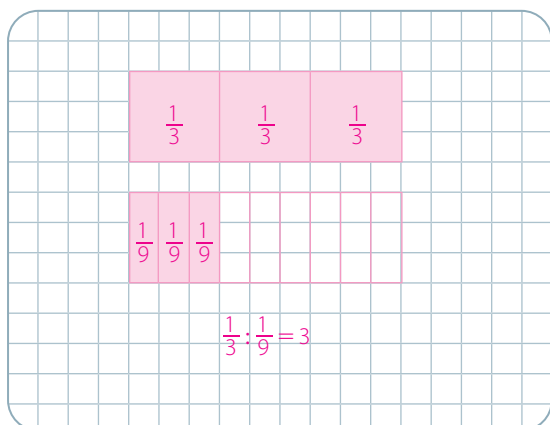
- b. En este caso, debemos calcular cuántos octavos hay en $\frac{3}{4}$. Para ello, podemos proceder como sigue:



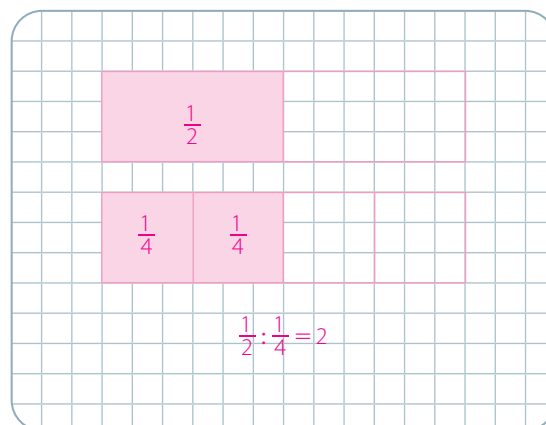
Practica

Representa gráficamente las siguientes divisiones. Luego, calcula los cocientes.

1. $\frac{1}{3} : \frac{1}{9}$



2. $\frac{1}{2} : \frac{1}{4}$



Ejemplo 4

Resuelve las siguientes divisiones mediante el procedimiento numérico:

a. $\frac{3}{4} : \frac{2}{3}$

b. $1\frac{2}{3} : \frac{2}{5}$

c. $\frac{9}{25} : \frac{3}{5}$

a. $\frac{3}{4} : \frac{2}{3} = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{8}$

Multiplicamos el dividendo por el inverso multiplicativo del divisor.

b. $1\frac{2}{3} : \frac{2}{5} = \frac{(1 \cdot 3) + 2}{3} : \frac{2}{5} = \frac{5}{3} \cdot \frac{5}{2} = \frac{25}{6}$

Expresamos el número mixto como una fracción impropia y luego multiplicamos el dividendo por el inverso multiplicativo del divisor.

c. $\frac{9}{25} : \frac{3}{5} = \frac{9}{25} \cdot \frac{5}{3} = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{1} = \frac{3}{5}$

Antes de multiplicar el dividendo por el inverso multiplicativo del divisor, simplificamos por 3 y por 5.

Practica

1. Resuelve las siguientes divisiones mediante el procedimiento numérico:

a. $15 : \frac{5}{3}$

$15 : \frac{5}{3} = 9$

b. $\frac{8}{9} : \frac{4}{9}$

$\frac{8}{9} : \frac{4}{9} = 2$

c. $\frac{21}{5} : \frac{7}{10}$

$\frac{21}{5} : \frac{7}{10} = 6$

d. $\frac{5}{12} : 10$

$\frac{5}{12} : 10 = \frac{1}{24}$

2. Resuelve los siguientes problemas. En cada caso, identifica palabras clave que te permitan determinar si el problema se resuelve con una multiplicación o una división de fracciones positivas.

- a. Pablo es dueño de $\frac{1}{2}$ de un terreno. Si vende $\frac{1}{4}$ de su propiedad, ¿qué parte del terreno vendió?

$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$
Pablo vendió $\frac{1}{8}$ de su propiedad.
Palabras clave: $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{2}$

- b. Mónica debe repartir $16\frac{1}{3}$ L de agua en vasos de $\frac{1}{6}$ L. ¿Cuántos vasos necesita?

$16\frac{1}{3} : \frac{1}{6} = \frac{49}{3} : \frac{1}{6} = 98$
Mónica necesita 98 vasos.
Palabra clave: repartir

1.4 Multiplicación y división de números decimales

Para obtener el **producto de dos números decimales**, los multiplicamos como si fueran números naturales y en el resultado escribimos la coma de manera que queden tantas cifras decimales como la suma de la cantidad de cifras decimales de los factores.

Para obtener el **cociente de dos números decimales**, transformamos el dividendo y el divisor en números naturales multiplicándolos a ambos por una potencia de 10 con tantos ceros como la mayor cantidad de cifras decimales en los números.

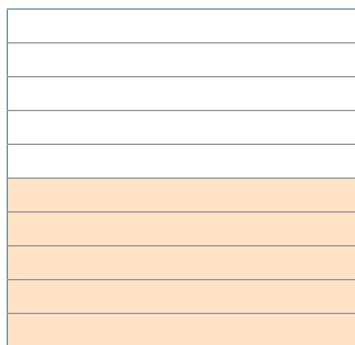
Otra estrategia para **multiplicar o dividir números decimales** es expresar cada número decimal como una fracción y efectuar la operación correspondiente.

Ejemplo 1

Representa gráficamente la multiplicación $0,5 \cdot 0,3$.

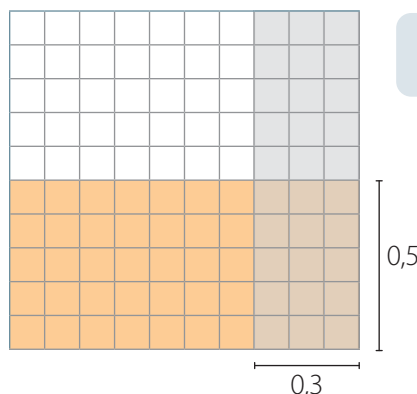
Paso 1. Representamos el factor 0,5 en el siguiente cuadrado de 10 por 10 coloreando 5 filas:

$$0,5 = \frac{5}{10}$$



Paso 2. Representamos el factor 0,3 coloreando 3 columnas.

$$0,3 = \frac{3}{10}$$



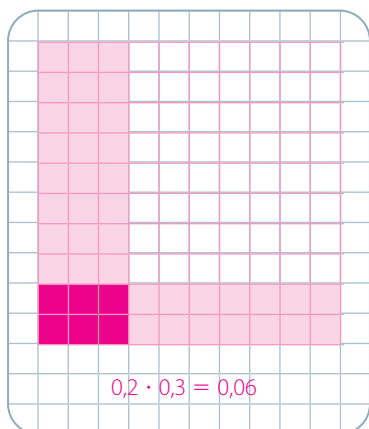
El área común a las dos representaciones corresponde al producto de 0,5 y 0,3. Es decir:

$$0,5 \cdot 0,3 = 0,15$$

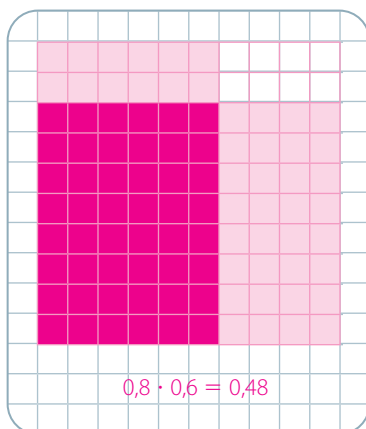
Practica

Representa gráficamente las siguientes multiplicaciones y calcula los productos.

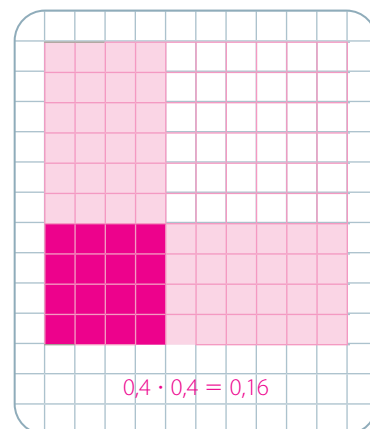
1. $0,2 \cdot 0,3$



2. $0,8 \cdot 0,6$



3. $0,4 \cdot 0,4$



Ejemplo 2

Resuelve las siguientes multiplicaciones:

a. $31,07 \cdot 3,4$.

b. $5,732 \cdot 25$

a. Para obtener el producto de $31,07 \cdot 3,4$, primero multiplicamos sin considerar la coma.

$$3.107 \cdot 34 = 105.638$$

Luego, como hay 3 cifras decimales en total en los dos factores, entonces, el resultado anterior también tiene 3 cifras decimales. Es decir:

$$31,07 \cdot 3,4 = 105,638$$

b. Al multiplicar $5,732 \cdot 2,5$, sin tener en cuenta la coma, obtenemos:

$$5.732 \cdot 25 = 143.300$$

Como uno de los factores tiene 3 cifras decimales y el otro una, entonces, el producto tiene 4 cifras decimales.

$$5,732 \cdot 2,5 = 14,3300 = 14,33$$

Practica

Resuelve las siguientes multiplicaciones:

1. $1.000 \cdot 7,28$

$$1.000 \cdot 7,28 = 7.280$$

2. $12,5 \cdot 3,4$

$$12,5 \cdot 3,4 = 42,5$$

3. $49,3 \cdot 25$

$$49,3 \cdot 25 = 1.232,5$$

4. $21,05 \cdot 3,8$

$$21,05 \cdot 3,8 = 79,99$$

Ejemplo 3

Multiplica $573,2 \cdot 100$ de manera abreviada.

Como 100 tiene dos ceros, entonces, basta con desplazar la coma de 573,2 dos lugares a la derecha y escribir un cero para completar uno de dichos lugares.

$$573,2 \cdot 100 = 57.320$$

La **multiplicación de un número decimal por una potencia de 10** se realiza abreviadamente desplazando la coma hacia la derecha tantos lugares como ceros tenga la potencia de 10.

Practica

Resuelve las siguientes multiplicaciones de manera abreviada:

1. $23,758 \cdot 100$

$$23,758 \cdot 100 = 2.375,8$$

2. $4,401 \cdot 1.000$

$$4,401 \cdot 1.000 = 4.401$$

3. $0,894 \cdot 10$

$$0,894 \cdot 10 = 8,94$$

4. $0,3 \cdot 1.000$

$$0,3 \cdot 1.000 = 300$$

Ejemplo 4

Resuelve la multiplicación $3,2 \cdot 5,3$, expresando los factores como fracciones decimales.

Las fracciones decimales correspondientes a cada factor son:

$$3,2 = \frac{32}{10} \quad 5,3 = \frac{53}{10}$$

Resolvemos la multiplicación y representamos como un número decimal.

$$3,2 \cdot 5,3 = \frac{32}{10} \cdot \frac{53}{10} = \frac{32 \cdot 53}{10 \cdot 10} = \frac{1.696}{100} = 16,96$$

Una **fracción decimal** es aquella que tiene como denominador 10, 100, 1.000, etc.

Practica

Resuelve las siguientes multiplicaciones expresando los factores como fracciones decimales:

1. $4,5 \cdot 3,2$

$$4,5 \cdot 3,2 = \frac{45}{10} \cdot \frac{32}{10} = \frac{1.440}{100} = 14,40$$

2. $0,83 \cdot 32,5$

$$0,83 \cdot 32,5 = \frac{83}{100} \cdot \frac{325}{10} = \frac{26.975}{1.000} = 26,975$$

Ejemplo 5

Resuelve la división $47,27 : 16,3$.

Como en la división $47,27 : 16,3$ el dividendo tiene 2 cifras decimales y el divisor solo una, entonces, multiplicamos ambos términos por 100 y luego dividimos:

$$\begin{array}{r} 4.727 : 1.630 = 2 \\ -3.260 \\ \hline 1.467 \end{array}$$

Dividir 4.727 por 1.630.

$$\begin{array}{r} 4.727 : 1.630 = 2,9 \\ -3.260 \\ \hline 14.670 \\ -14.670 \\ \hline 0 \end{array}$$

Escribir la coma en el cociente, agregar un 0 en el dividendo y dividir 14.670 por 1.630.

Practica

Resuelve las siguientes divisiones:

1. $7,845 : 1,5$

$$7,845 : 1,5 = 5,23$$

2. $33,615 : 12,45$

$$33,615 : 12,45 = 2,7$$

Ejemplo 6

Resuelve la división $3,5 : 0,2$ expresando el dividendo y el divisor como fracciones decimales.

Primero, expresamos ambos números decimales como fracciones decimales.

$$3,5 = \frac{35}{10} \quad 0,2 = \frac{2}{10}$$

Luego, efectuamos la división, simplificamos y expresamos como un número decimal.

$$3,5 : 0,2 = \frac{35}{10} : \frac{2}{10} = \frac{35}{10} \cdot \frac{10}{2} = \frac{35 \cdot 10}{10 \cdot 2} = \frac{35}{2} = 17,5$$

Practica

1. Resuelve las siguientes divisiones expresando el dividendo y el divisor como fracciones decimales:

a. $41 : 102,5$

$$41 : 102,5 = \frac{41}{1} : \frac{1.025}{10} = 0,4$$

b. $52,2 : 43,5$

$$52,2 : 43,5 = \frac{522}{10} : \frac{435}{10} = \frac{5.220}{4.350} = 1,2$$

2. Resuelve los siguientes problemas:

- a. Laura tiene 30 botellas de jugo de 0,25 L de capacidad cada una. ¿Cuántos litros de jugo tiene en total?

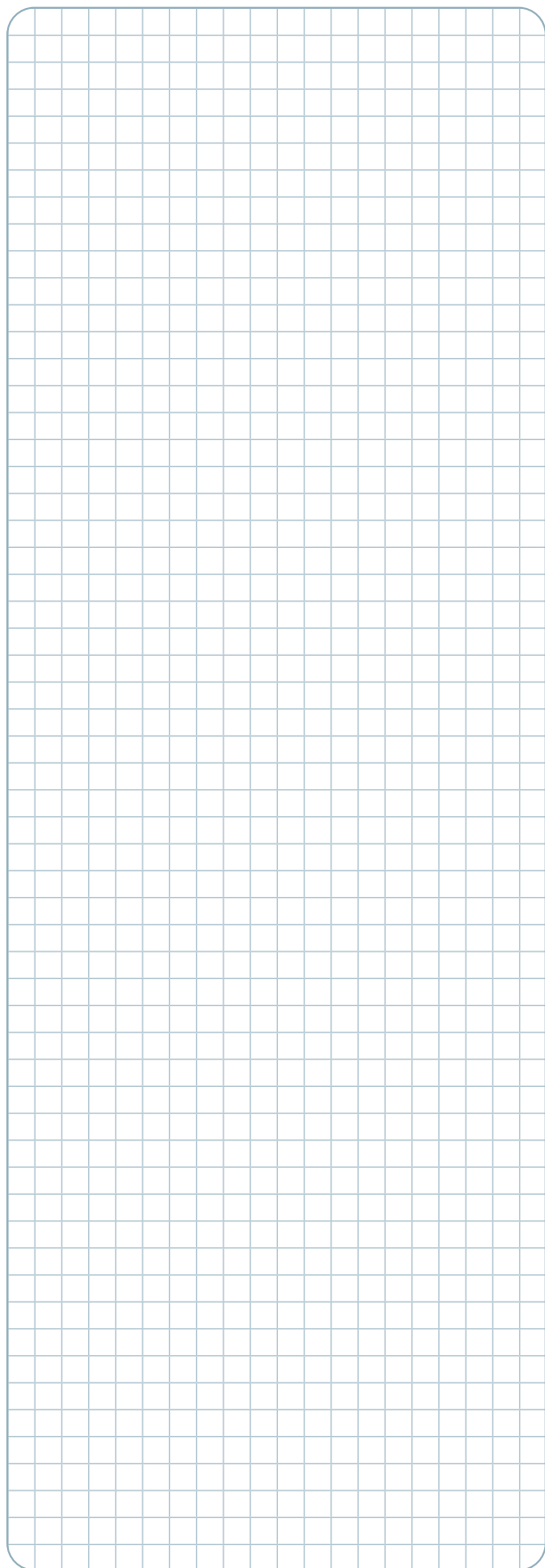
$$30 \cdot 0,25 = \frac{30}{1} \cdot \frac{25}{100} = \frac{750}{100} = 7,5$$

- b. Una mesa rectangular tiene un área de 2,052 m². Si la mesa mide 2,28 m de largo, ¿cuántos metros mide de ancho?

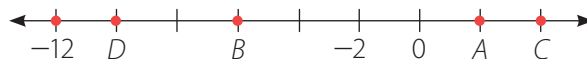
$$2,052 : 2,28 = \frac{2.052}{1.000} : \frac{228}{100} = 0,9$$



Evalúa tu avance en el tema y responde las siguientes preguntas:



- 1 ¿Qué números enteros representan las letras en esta recta?



- A. $A = -2, B = 6, C = -4$ y $D = 8$
 B. $A = 1, B = 6, C = 2$ y $D = 4$
☒ C. $A = 2, B = -6, C = 4$ y $D = -10$
 D. $A = -1, B = -6, C = -2$ y $D = -4$

- 2 ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas?

- I. El conjunto de los números naturales está contenido en el de los enteros.
 II. 0 es un número entero positivo.
 III. $\mathbb{Z}$ está contenido en $\mathbb{Z}^-$.

- ☒ A. Solo I
 B. Solo II
 C. I y II
 D. II y III

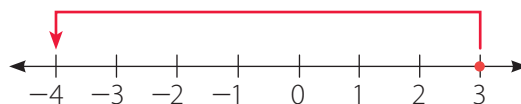
- 3 En una ciudad registraron la temperatura durante seis días del mes, siempre a la misma hora. Estos fueron los datos obtenidos:

0°C	-2°C	-3°C
-15°C	-24°C	4°C

¿Cuál de las siguientes opciones representa el orden de las temperaturas de mayor a menor?

- A. $0^\circ\text{C}, -2^\circ\text{C}, -3^\circ\text{C}, 4^\circ\text{C}, -15^\circ\text{C}, -24^\circ\text{C}$
 B. $-24^\circ\text{C}, -15^\circ\text{C}, -3^\circ\text{C}, -2^\circ\text{C}, 0^\circ\text{C}, 4^\circ\text{C}$
 C. $-24^\circ\text{C}, -15^\circ\text{C}, 4^\circ\text{C}, -3^\circ\text{C}, -2^\circ\text{C}, 0^\circ\text{C}$
☒ D. $4^\circ\text{C}, 0^\circ\text{C}, -2^\circ\text{C}, -3^\circ\text{C}, -15^\circ\text{C}, -24^\circ\text{C}$

- 4 ¿Qué operación aparece representada en la recta numérica?

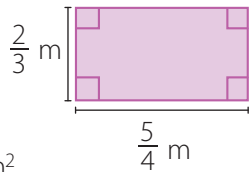


- A. $-3 + (-7)$
☒ B. $3 + (-7)$
 C. $-4 + 7$
 D. $-4 + (-7)$

- 5 Un buzo está sumergido a 30 m de profundidad. Si asciende 12 m, luego desciende 8 m y, por último, asciende 15 m, ¿a qué distancia del nivel del mar se encuentra después del último ascenso?

A. -11 m
B. -65 m
C. 65 m
D. 11 m

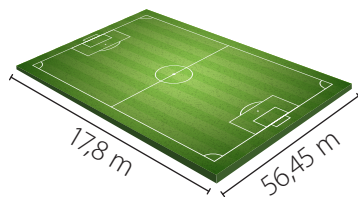
- 6 ¿Cuál es el área del siguiente rectángulo?



A. $\frac{2}{3}$ m²
B. $\frac{5}{4}$ m²
C. $\frac{2}{3}$ m²
D. $\frac{5}{6}$ m²

- 7 Los integrantes de un equipo de fútbol deben completar 12 vueltas alrededor del campo que se muestra en la imagen. Si corren por la línea exterior del campo, ¿cuántos metros recorren en total?

A. 148,5 m
B. 1.782 m
C. 1,782 m
D. 1.485 m



- 8 Para llenar una piscina vacía se vierten 937,5 L de agua por hora. Si su capacidad es de 15.000 L, ¿durante cuántas horas debe verterse agua para llenarla?

A. 8
B. 16
C. 80
D. 160

TEMA 2

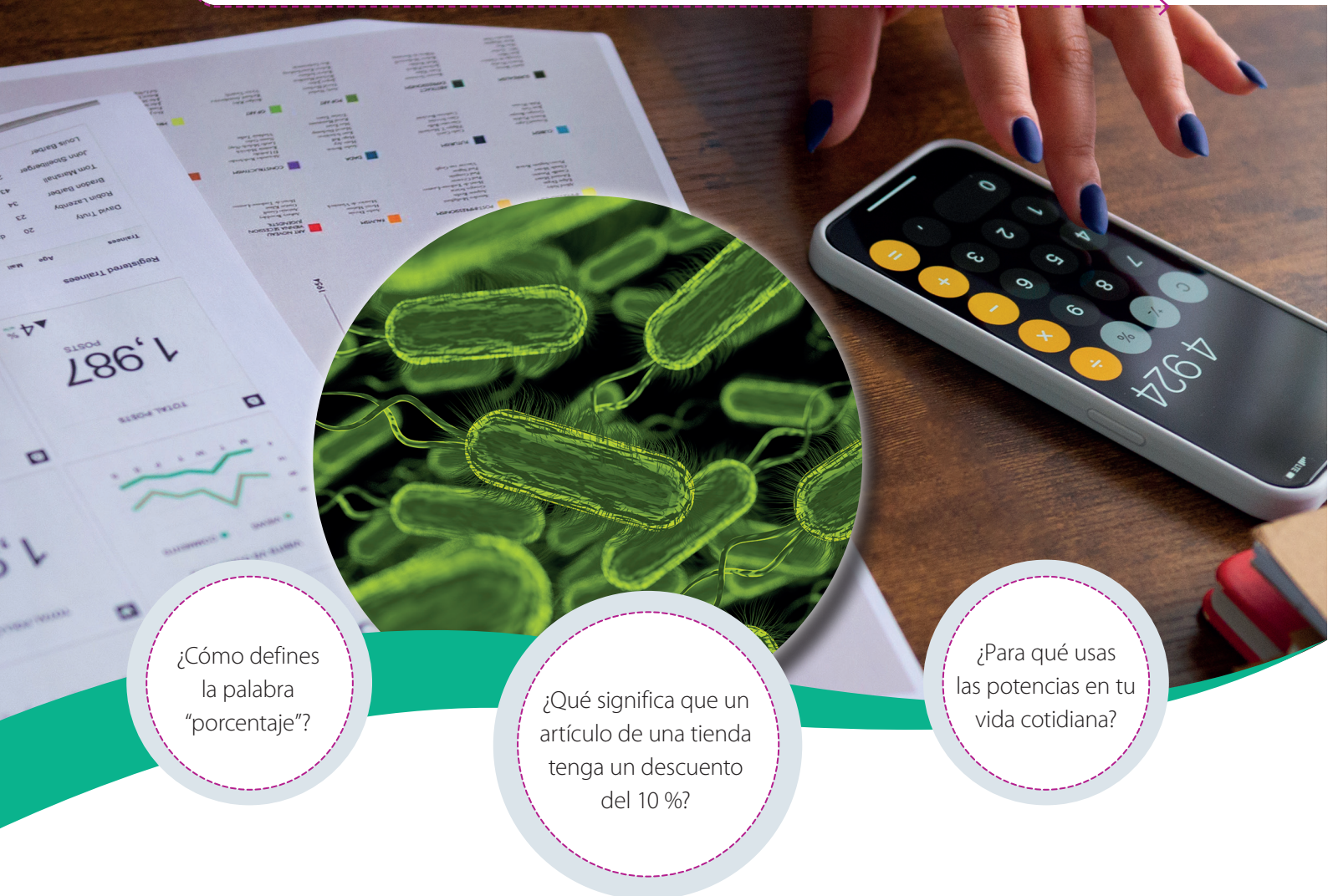
Porcentaje y potencias

Habilidades:

Resolver problemas, representar, modelar y argumentar.

Meta: Resolver problemas que involucren porcentajes y potencias.

Es importante resaltar que los conceptos matemáticos tienen numerosas aplicaciones en la vida cotidiana. Por ejemplo, el porcentaje se utiliza para determinar los intereses de un crédito bancario y las potencias permiten calcular el comportamiento de fenómenos como la propagación de bacterias.



¿Cómo defines la palabra "porcentaje"?

¿Qué significa que un artículo de una tienda tenga un descuento del 10 %?

¿Para qué usas las potencias en tu vida cotidiana?

2.1 Representación del porcentaje

El **porcentaje** es una forma de expresar un número como una fracción cuyo denominador es 100. También se denomina **tanto por ciento**, que significa "de cada 100".

El porcentaje se puede representar de diferentes maneras.

Porcentaje	Fracción	Decimal	Gráficamente
60 %	$\frac{60}{100}$	0,6	

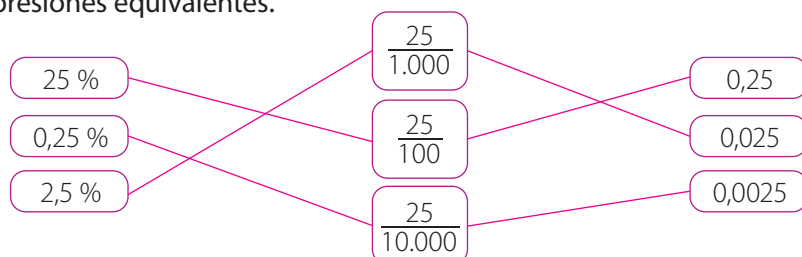
Ejemplo 1

Completa la siguiente tabla:

Porcentaje	Fracción	Decimal	Gráficamente
20 %	$\frac{20}{100}$	0,2	
35 %	$\frac{35}{100}$	0,35	
72 %	$\frac{72}{100}$	0,72	
46 %	$\frac{46}{100}$	0,46	

Practica

Relaciona las expresiones equivalentes.

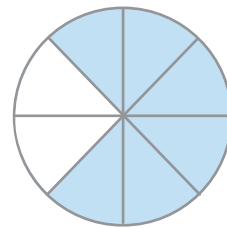


Ejemplo 2

Escribe la fracción representada en la figura y luego escribe el número decimal y el porcentaje correspondientes. Observa y completa el desarrollo.

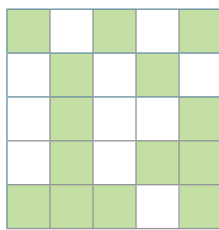
Al observar la figura, encontramos que está dividida en 8 partes iguales, de las cuales están sombreadas 6 partes. Por lo tanto, la fracción representada es $\frac{6}{8}$ y al simplificarla, obtenemos $\frac{3}{4}$.

La fracción $\frac{75}{100}$ es equivalente a $\frac{3}{4}$, así que el porcentaje sombreado de la figura es el 75% y el número decimal correspondiente es $0,75$.



Practica

1. Observa la figura y completa las frases.



La fracción representada es $\frac{14}{25}$ y es equivalente a la fracción $\frac{56}{100}$.

Por lo tanto, el porcentaje de la figura que está sombreado es 56% .

Para determinar la fracción representada, cuenta cuántos cuadritos están coloreados de verde y cuántos cuadritos hay en total.

2. Responde las preguntas en relación con la figura. Luego, completa la tabla.

a. ¿En cuántos sectores iguales está dividido el círculo?

En 20.

b. ¿Qué fracción del círculo representa cada sector?

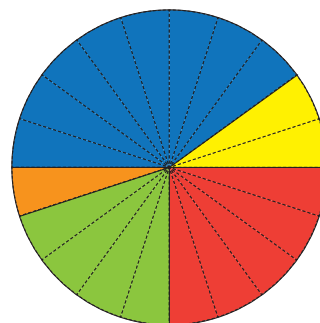
Cada sector representa $\frac{1}{20}$ del círculo.

c. ¿Cuál es el valor de x en la proporción $\frac{1}{20} = \frac{x}{100}$?

$x = 5$.

d. ¿Qué porcentaje del círculo representa cada sector?

El 5%.



Color	Anaranjado	Verde	Rojo	Amarillo	Azul
Fracción	$\frac{1}{20} = \frac{5}{100}$	$\frac{4}{20} = \frac{20}{100}$	$\frac{5}{20} = \frac{25}{100}$	$\frac{2}{20} = \frac{10}{100}$	$\frac{8}{20} = \frac{40}{100}$
Porcentaje	5 %	20 %	25 %	10 %	40 %
Decimal	0,05	0,2	0,25	0,1	0,4

2.2 Cálculo de porcentajes

Para **calcular el porcentaje de una cantidad**, podemos utilizar varias estrategias.

1. Dividimos la cantidad por 100 y luego multiplicamos por el porcentaje buscado.
2. Multiplicamos la cantidad por el porcentaje buscado y luego dividimos por 100.
3. Multiplicamos la cantidad por el decimal equivalente al porcentaje buscado.

Ejemplo 1

Calcula el 28 % de 400 aplicando las estrategias 1, 2 y 3.

- | | | |
|--|--|--|
| <p>1. Dividiendo 400 por 100 y multiplicando por 28.</p> $400 : 100 = 4$ $4 \cdot 28 = 112$ | <p>2. Multiplicando 400 por 28 y dividiendo por 100.</p> $400 \cdot 28 = 11.200$ $11.200 : 100 = 112$ | <p>3. Multiplicando 400 por 0,28 (que es el decimal equivalente a 28 %).</p> $400 \cdot 0,28 = 112$ |
|--|--|--|

Practica

- 1.** Calcula el 70 % de 3.000 aplicando la estrategia 1.

$$3.000 : 100 = 30$$

$$30 \cdot 70 = 2.100$$

El 70 % de 3.000 es 2.100.

- 2.** Calcula el 80 % de 2.500 aplicando la estrategia 2.

$$2.500 \cdot 80 = 200.000$$

$$200.000 : 100 = 2.000$$

El 80 % de 2.500 es 2.000.

- 3.** Calcula el 50 % de 5.700 aplicando la estrategia 3.

$$5.700 \cdot 0,5 = 2.850$$

El 50 % de 5.700 es 2.850.

- 4.** Calcula el 45 % de 4.200 aplicando la estrategia 1.

$$4.200 : 100 = 42$$

$$42 \cdot 45 = 1.890$$

El 45 % de 4.200 es 1.890.

Ejemplo 2

En un grupo de 640 personas, el 60 % tiene como pasatiempo la lectura. ¿Cuántas personas de este grupo tienen este pasatiempo?

Para responder, podemos aplicar la estrategia 1.

$$640 : 100 = 6,4$$

$$6,4 \cdot 60 = 384$$

Dividimos por 100 y multiplicamos el cociente por 60.

Como el 60 % de 640 es 384, entonces, concluimos que 384 personas de este grupo tienen este pasatiempo.

Ejemplo 3

Resuelve estos problemas.

- a. De un terreno de 1.200 m², 300 m² están ocupados por cultivos. ¿A qué porcentaje del terreno representa la superficie sembrada?
- b. El 40 % de los empleados de una compañía son solteros. Si este porcentaje corresponde a 1.500 empleados, ¿cuál es el total de empleados que trabaja en la compañía?
- a. Para resolver este problema, podemos considerar los siguientes pasos:

Paso 1. Determinamos la fracción correspondiente a 300 de 1.200.

$$\begin{array}{ccc} \text{Parte cultivada} & \rightarrow & \frac{300}{1.200} \\ \text{del terreno} & & \leftarrow \text{Área total} \\ & & \text{del terreno} \end{array}$$

Paso 2. Calculamos el número decimal correspondiente a la fracción $\frac{300}{1.200}$ y escribimos su porcentaje.

$$\frac{300}{1.200} = 0,25 = 25 \%$$

De acuerdo con lo anterior, el 25 % del terreno está sembrado.

- b. Para responder, puedes seguir estos pasos:

Paso 1. Representamos la fracción que corresponde al 40 %.

$$\frac{40}{100} = \frac{2}{5}$$

Paso 2. Dividimos 1.500 por $\frac{2}{5}$.

$$\begin{aligned} 1.500 : \frac{2}{5} &= \frac{1.500}{1} : \frac{2}{5} \\ &= \frac{1.500}{1} \cdot \frac{5}{2} = \frac{7.500}{2} = 3.750 \end{aligned}$$

Lo anterior significa que en la compañía trabajan 3.750 empleados.



Te explico

Para determinar porcentajes de una cantidad de manera abreviada, se pueden usar estrategias que involucran la división, como se muestra enseguida.

Porcentaje	1 %	2 %	4 %	5 %	10 %	20 %	25 %	50 %
Se divide la cantidad por	100	50	25	20	10	5	4	2

Ejemplo 4

Calcula los siguientes porcentajes de manera abreviada:

- a. 10 % de 350 b. 20 % de 600 c. 25 % de 976

En estos casos podemos abreviar los cálculos con las divisiones estudiadas.

a. $350 : 10 = 35$ Para calcular el 10 % de 350, se divide 350 por 10 y se obtiene 35.

b. $600 : 5 = 120$ Para calcular el 20 % de 600, se divide 600 por 5 y se obtiene 120.

c. $976 : 4 = 244$ Para calcular el 25 % de 976, se divide 976 por 4 y se obtiene 244.

Practica

1. Observa la imagen. Luego, responde las preguntas.



Puedes considerar los siguientes pasos para **resolver un problema**:

1. Analiza la información e identifica los datos y la pregunta del problema.
2. Elige una estrategia para resolver el problema.
3. Resuelve.
4. Comprueba y analiza la pertinencia de la solución obtenida.

a. ¿Por cuánto debes dividir el precio de cada polera para calcular el descuento indicado?

El precio de la polera rosada se divide por 4, el de la polera blanca por 5; y el de la polera azul por 10.

b. ¿Cuál es el precio final de cada polera?

Polera roja: \$7.200; polera blanca: \$14.880; y polera azul: \$4.500.

2. Lee el siguiente problema y resuélvelo completando cada enunciado:

Felipe le prestó a su hermano \$300.000 a un interés del 10 %. ¿Cuánto dinero tuvo que pagar el hermano de Felipe al cubrir su deuda?

a. Para calcular los intereses que debe pagar, el hermano de Felipe tiene que dividir por

.

b. El hermano de Felipe debe pagar por concepto de intereses.

c. El hermano de Felipe le pagará en total .

3. Resuelve el siguiente problema:

De los 1.200 estudiantes de un colegio, 294 se inscribieron en fútbol, 240 en básquetbol, 135 en vóleybol y 68 en natación. ¿Qué porcentaje de los estudiantes se inscribió en cada deporte? ¿Qué porcentaje de los estudiantes no se inscribió en ningún deporte?

24,5 % de los estudiantes se inscribió en fútbol.
20 % se inscribió en básquetbol.
11,25 % se inscribió en vóleybol.
5,67 % se inscribió en natación.
38,58 % de los estudiantes no se inscribió en ningún deporte.

Recuerda las tres estrategias que se pueden usar para calcular porcentajes.

2.3 Potencias de base 10

Una **potencia** es la multiplicación de un número repetidas veces por sí mismo. La potencia a^n se lee "a elevado a n".

$$\begin{array}{c} \text{Exponente} \\ \downarrow \\ a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdots a}_{n \text{ veces}} \\ \uparrow \\ \text{Base} \end{array}$$

Cuando la base de la potencia es 10 y el exponente es natural, el valor de la potencia es un 1 seguido de tantos ceros como indique el exponente.

Ejemplo 1

¿Cuál es el valor de cada potencia?

a. 10^4

b. 10^5

c. 10^7

a. Como el exponente es 4, entonces, el valor de la potencia 10^4 tiene 4 ceros. Esto es:

$$10^4 = 10.000$$

b. En este caso, el exponente 5 indica que el valor de la potencia 10^5 tiene 5 ceros:

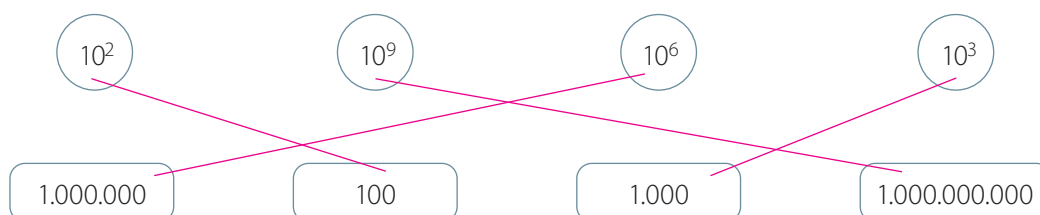
$$10^5 = 100.000$$

c. El exponente 7 indica que el valor de la potencia 10^7 tiene 7 ceros:

$$10^7 = 10.000.000$$

Practica

Une las expresiones equivalentes.



Te explico

Un número se puede descomponer aditivamente escribiendo cada valor posicional como el producto de una potencia de base 10 por la cifra correspondiente. Para ello, usamos los valores que figuran en la siguiente tabla:

DMi	UMi	CM	DM	UM	C	D	U
10^7	10^6	10^5	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0
10.000.000	1.000.000	100.000	10.000	1.000	100	10	1

• ○ •

...

- 

a. Primero, identificamos el valor de cada cifra.

$$13.789.054 = 10.000.000 + 3.000.000 + 700.000 + 80.000 + 9.000 + 0 + 50 + 4$$
$$= 1 \cdot 10.000.000 + 3 \cdot 1.000.000 + 7 \cdot 100.000 + 8 \cdot 10.000 + 9 \cdot 1.000 + 0 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 4 \cdot 1$$
$$13.789.054 = 1 \cdot 10^7 + 3 \cdot 10^6 + 7 \cdot 10^5 + 8 \cdot 10^4 + 9 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0$$

- Primero, escribimos el valor de cada potencia de base 10.

← Luego, multiplicamos y sumamos.

1. Escribe la descomposición aditiva de 9.432.178. Sigue los pasos y completa.

Paso 1. Identifica el valor de cada cifra.

$$9.432.178 = 9.000.000 + 400.000 + 30.000 + 2.000 + 100 + 70 + 8$$
$$= 9 \cdot 1.000.000 + 4 \cdot 100.000 + 3 \cdot 10.000 + 2 \cdot 1.000 + 1 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 8 \cdot 1$$

- $$2 \cdot 10^6 + 4 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0$$

2.435.791

2.4 Notación científica

Un número está expresado en **notación científica** si está escrito como el producto entre un número mayor o igual que 1 y menor que 10 y una potencia de base 10.

La notación científica se utiliza para escribir números muy grandes o muy pequeños en forma simple y así facilitar las operaciones con ellos.

Ejemplo 1

Escribe en notación científica los números de las siguientes afirmaciones:

a. El diámetro del Sol es, aproximadamente, 1.391.000.000 m.

b. La distancia aproximada de la Tierra al Sol es de 150.000.000 km.

a. Para escribir el número 1.391.000.000 en notación científica, podemos proceder así:

I. Descomponemos el número en dos factores: uno natural y el otro una potencia de base 10.

$$1.391 \cdot 1.000.000$$

II. Expresamos el factor natural como el producto de un número decimal con parte entera entre 1 y 9 y una potencia de base 10.

$$1,391 \cdot 1.000 \cdot 1.000.000$$

III. Multiplicamos las potencias de base 10 y expresamos este producto como una potencia.

$$1,391 \cdot 1.000.000.000$$

$$1,391 \cdot 10^9$$

b. Otra manera de expresar el número 150.000.000 en notación científica es la siguiente:

I. Traslamos la coma hacia la izquierda hasta obtener un número mayor o igual que 1 y menor que 10.

$$1,50000000 = 1,5$$

8 lugares

II. Contamos la cantidad de lugares que se trasladó la coma hacia la izquierda y escribimos ese número como exponente de la potencia de base 10.

$$150.000.000 = 1,5 \cdot 10^8$$

Practica

Escribe el número 4.250.000.000 en notación científica. Completa las frases.

I. Traslamos la coma hacia la izquierda hasta obtener un número mayor o igual que 1 y menor que 10.

$$4,250000000 = 4,25$$

La coma se trasladó hacia la izquierda 9 lugares.

II. Contamos la cantidad de lugares que se trasladó la coma hacia la izquierda y escribimos ese número como exponente de la potencia de base 10.

$$4.250.000.000 = 4,25 \cdot 10^9$$

Ejemplo 2

Escribe el número que representa cada notación científica.

a. $3,9 \cdot 10^7$

b. $1,402 \cdot 10^9$

a.

$$3,9 \cdot 10^7 = 39.000.000$$

7 lugares

Como el exponente de la potencia de base 10 es 7, se debe desplazar la coma 7 lugares hacia la derecha.

Para escribir los números que representan las notaciones científicas, debemos fijarnos en el exponente de la potencia de base 10.

b.

$$1,402 \cdot 10^9 = 1.402.000.000$$

9 lugares

Como el exponente de la potencia de base 10 es 9, se debe desplazar la coma 9 lugares hacia la derecha.

Practica

1. La distancia de Júpiter al Sol es de $7,8 \cdot 10^8$ km. ¿Qué número representa esta expresión?

En la expresión $7,8 \cdot 10^8$ el exponente de la potencia de base 10 es **8**. Por lo tanto, en el número decimal 7,8 se debe correr la coma **8** lugares hacia la **derecha**. Así:

$$7,8 \cdot 10^8 = 780.000.000$$

2. Un año luz es la longitud que recorre la luz en un año. Su valor es $9,46 \cdot 10^{12}$ km. ¿Qué número representa esta expresión?

- Escribe el exponente de la potencia de base 10: **12**
- Desplaza la coma hacia la derecha ese mismo número de lugares en el número 9,46.

$$9,46 \cdot 10^{12} = 9.460.000.000.000$$

- Escribe la longitud equivalente a un año luz: **9.460.000.000.000** km.

3. La luz viaja a $3 \cdot 10^5$ kilómetros por segundo, aproximadamente. Si la luz del Sol tarda alrededor de $5 \cdot 10^2$ s en llegar a la Tierra, ¿cuál es la distancia aproximada del Sol a la Tierra? Escribe esta cantidad en notación científica.

Si la luz viaja a $3 \cdot 10^5$ kilómetros por segundo, ¿cómo averiguas la distancia que recorre en $5 \cdot 10^2$ segundos?

- Escribe la cantidad que representa $3 \cdot 10^5$ km: **300.000** km.
- Escribe la cantidad que representa $5 \cdot 10^2$ s: **500** s.
- Multiplica las cantidades anteriores.

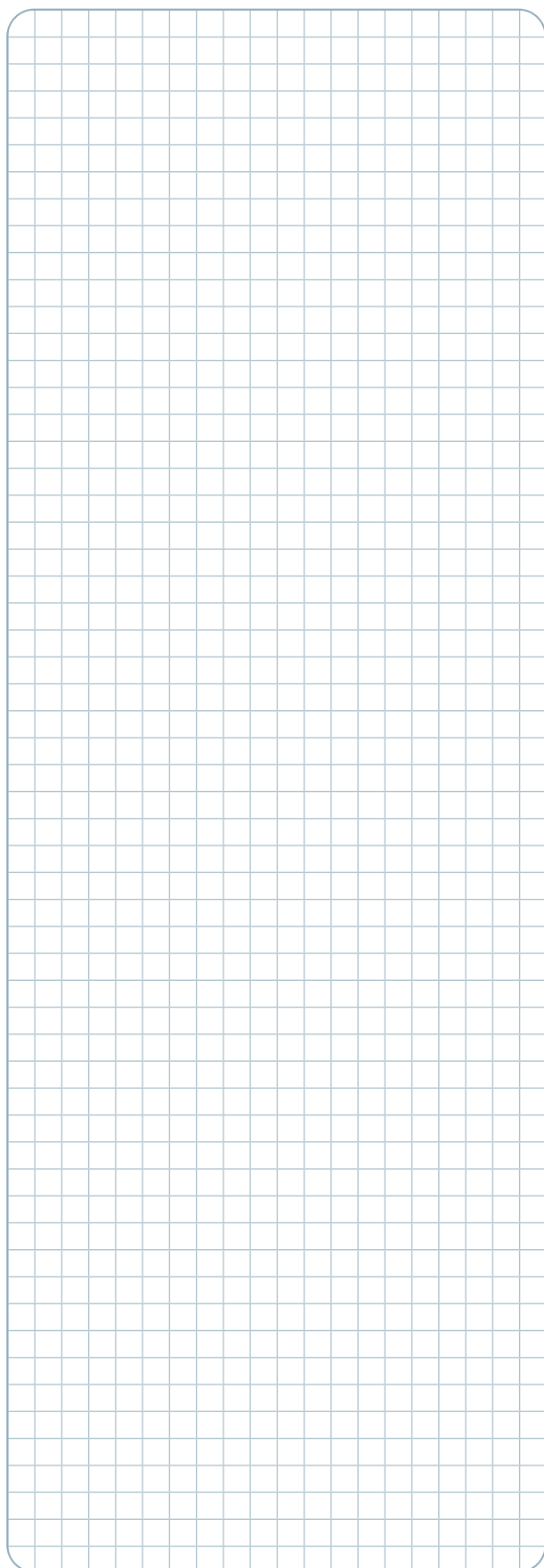
$$300.000 \cdot 500 = 150.000.000$$

- Escribe el resultado anterior en notación científica.

$$150.000.000 = 1,5 \cdot 10^8 \text{ km}$$

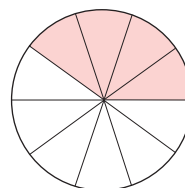


Evalúa tu avance en el tema y responde las siguientes preguntas:



1 ¿Qué porcentaje del círculo no está coloreado?

- A. 10 %
- B. 20 %
- C. 40 %
- ☒ D. 60 %



2 ¿Cuáles de los siguientes pares de expresiones son equivalentes?

- I. 1,03 y 103 %
- II. 2,12 y 21,2 %
- III. 0,04 y 4 %

- A. Solo I
- B. Solo II
- ☒ C. I y III
- D. II y III

3 ¿Cuál de los siguientes pares de fracciones representa el mismo porcentaje?

- A. $\frac{3}{4}$ y $\frac{8}{6}$
- ☒ B. $\frac{8}{20}$ y $\frac{2}{5}$
- C. $\frac{5}{4}$ y $\frac{5}{3}$
- D. $4\frac{7}{6}$ y $\frac{4}{3}$

4 ¿El 40 % de qué cantidad es igual a 7.500?

- A. 3.000
- B. 2.400
- C. 11.250
- ☒ D. 18.750

5 Una compañía tiene 4.800 empleados, 75 % de los cuales son mujeres. ¿Cuántos hombres trabajan en esta compañía?

- ☒ A. 1.200
- B. 2.400
- C. 3.600
- D. 4.000

- 6 Laura tenía ahorrados \$50.000 y se gastó el 35 % en un regalo para su padre. ¿Cuánto dinero le quedó?
- A. \$15.000
B. \$17.500
C. \$32.500
D. \$35.000
- 7 ¿Cuál de las siguientes igualdades es falsa?
- A. $10.000 = 10^4$
B. $1.000.000 = 10^6$
C. $100.000.000 = 10^8$
D. $10.000.000 = 10^5$
- 8 El sueldo mensual de Gonzalo puede representarse mediante la siguiente expresión:
- $$1 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^5 + 7 \cdot 10^4$$
- ¿Cuál es el sueldo de Gonzalo?
- A. \$157.000
B. \$1.570.000
C. \$15.700.000
D. \$157.000.000
- 9 La distancia media del Sol al planeta Neptuno es de 4.500.000.000 km. ¿Cómo se expresa esta cantidad en notación científica?
- A. $45 \cdot 10^8$ km
B. $4,5 \cdot 10^9$ km
C. $4,5 \cdot 10^8$ km
D. $45 \cdot 10^9$ km
- 10 La masa del Sol es aproximadamente 1.989.000.000.000.000.000.000.000 kg. ¿Cómo se expresa esta cantidad en notación científica?
- A. $1,989 \cdot 10^{30}$
B. $19,89 \cdot 10^{30}$
C. $198,9 \cdot 10^{30}$
D. $1.989 \cdot 10^{30}$



Desafío ProPAES

Las preguntas que se presentan a continuación formaron parte del modelo de prueba PAES publicado por el DEMRE para el proceso de admisión 2023. Las adaptamos para ti, para que puedas practicar y poner a prueba tus habilidades.

Una radio que transmite 24 horas al día clasifica su tiempo al aire de la siguiente manera:

Tiempo al aire	Porcentaje
Programas de conversación en vivo	35 %
Comerciales de los auspiciadores	15 %
Música envasada	50 %

Por falta de presupuesto, se aumenta el tiempo de comerciales de los auspiciadores en 2 horas. ¿Cuál es el nuevo porcentaje de las 24 horas al día destinado a comerciales?

- A. 15,8333... % B. 17 %
C. 23,333... % D. 70 %

1 Lee el problema con atención. ¿Cuáles son los datos relevantes? Anótalos y luego escribe la pregunta.

2 ¿Este problema es semejante a otro que hayas resuelto? Explica.

Recuerda que una **estrategia** es la manera de abordar y resolver un problema.

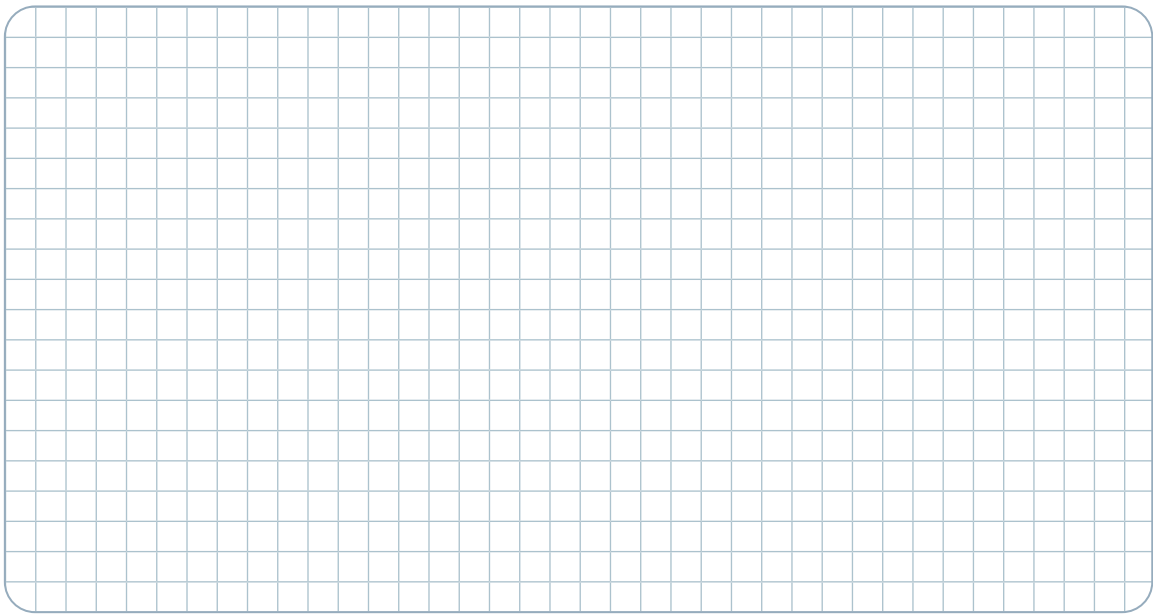
En este caso, algunas estrategias que puedes tener en cuenta son las siguientes:

- Buscar semejanzas con otros que hayas resuelto.
- Resolver el problema dividiéndolo en partes.
- Resolver una ecuación.

También es válido si se te ocurre una estrategia diferente o si combinas varias.

3 ¿Qué estrategia vas a utilizar? Explica los pasos que seguirás para resolver el problema.

1 Resuelve el problema.



2 Revisa tu desarrollo y marca la opción que consideres correcta.

3 ¿Qué dudas tuviste al desarrollar la actividad?

4 ¿Qué contenidos crees que debes repasar?



¿Cómo respondiste?

☐

Respondí con seguridad

☐

Tengo dudas

☐

Contesté al azar

Explica en qué te basas para sentirte seguro, qué te hace dudar o qué piensas que te falta saber para responder esta pregunta.

Revisa tu respuesta

Analiza la pregunta

En el problema se pide determinar el nuevo porcentaje de horas destinadas a comerciales después de un aumento de estas en una emisora que transmite las 24 horas del día.

La pregunta evalúa la comprensión y la aplicación del concepto de porcentaje y las operaciones con números decimales en un problema contextualizado. En este caso se ponen en juego las habilidades **resolver problemas** y **representar**.

1. Identificamos los datos y la pregunta.

Los datos relevantes son: la emisora transmite durante 24 horas, el porcentaje de horas del día destinado a comerciales es del 15 %, el tiempo destinado a comerciales aumentó en 2 horas, y se pregunta cuál es el nuevo porcentaje que, de las 24 horas, representa este tiempo.

2. Elegimos una estrategia para resolver el problema.

Primero, calculamos la cantidad de horas destinadas a comerciales de los auspiciadores (antes del aumento de tiempo). Luego, calculamos cuántas horas destinarán en la emisora a este propósito. Por último, calculamos el porcentaje de este nuevo número de horas con respecto a 24 horas.

3. Resolvemos el problema.

La cantidad de horas destinadas a comerciales de los auspiciadores se puede calcular de la siguiente manera:

Como el 15 % corresponde al decimal 0,15, entonces:

$$0,15 \cdot 24 = 3,6$$

Ahora, el tiempo será de $3,6 + 2 = 5,6$ horas.

Por último, calculamos el porcentaje que representa 5,6 horas con respecto a 24 horas:

$$\frac{5,6}{24} = 0,2333... = 23,333... \%$$

4. Comprobamos o validamos la solución obtenida y respondemos la pregunta.

Se verifica que la solución obtenida tiene sentido a la luz de los datos del enunciado, ya que al aumentar la cantidad de horas, aumenta también el porcentaje. Luego, la opción correcta es la C.

Analiza tu respuesta

1 ¿Obtuviste la respuesta correcta? Si no fue así, ¿qué errores cometiste?

2 ¿Te quedaron dudas respecto de la resolución del problema?, ¿cuáles?

3 ¿Se te ocurre otra forma de resolverlo?

Practica lo aprendido respondiendo la siguiente pregunta:

D. \$600

- dividir por 100 y multiplicar por el porcentaje.
- multiplicar por el porcentaje y dividir por 100.
- multiplicar por el decimal que representa el porcentaje buscado.

-

- [illegible]

- [illegible]

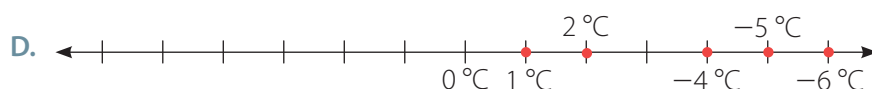
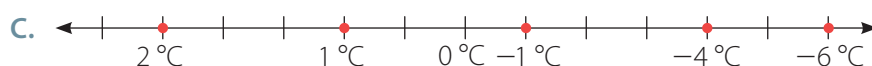
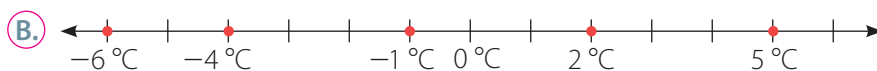
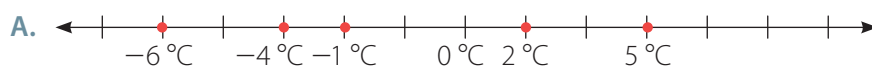




Evalúa tus aprendizajes a lo largo de la unidad y responde las siguientes preguntas:

- 1 ¿Cuál de las siguientes rectas representa de manera correcta las temperaturas que aparecen a continuación?

5 °C -4 °C -1 °C 2 °C -6 °C



- 2 Una nadadora profesional se lanza desde un punto A de una plataforma que se encuentra a 20 m de altura y se sumerge hasta un punto B, a 5 m de profundidad. ¿Qué distancia hay entre los puntos A y B?

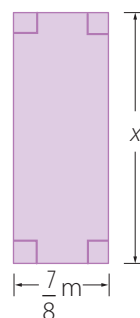
- A. 5 m
B. 20 m
C. 25 m
D. 30 m

- 3 Las $\frac{3}{5}$ partes de los 250 estudiantes de un colegio participaron en una campaña de reciclaje. ¿Cuántos estudiantes no participaron en la campaña?

- A. 100
B. 150
C. 200
D. 250

- 4 Si el área del siguiente rectángulo es $\frac{147}{64} \text{ m}^2$, ¿cuánto mide el largo?

- A. $\frac{8}{7} \text{ m}$
B. $\frac{8}{21} \text{ m}$
C. $\frac{7}{8} \text{ m}$
D. $\frac{21}{8} \text{ m}$



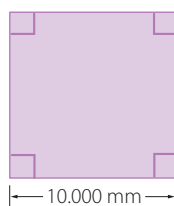
- 5 ¿Cuántos vasos de 0,48 L de capacidad cada uno se pueden llenar con 6,24 L de jugo?

- A. 10
B. 12
C. 13
D. 15

- 6 Según el anuncio de la oferta, ¿qué porcentaje del precio original representará el nuevo precio de cada prenda?



- A. 5 %
 B. 25 %
 C. 60 %
 D. 80 %
- 7 De un terreno de 240 m^2 , 180 m^2 están sembrados. ¿Qué porcentaje del terreno está sin sembrar?
- A. 20 %
 B. 25 %
 C. 40 %
 D. 75 %
- 8 ¿Cuál de las siguientes potencias representa el área del cuadrado de la figura?



- A. 10^6 mm^2
 B. 10^8 mm^2
 C. 10^9 mm^2
 D. 10^{10} mm^2
- 9 La superficie del océano Atlántico es de 106,5 millones de kilómetros cuadrados. ¿Cuál de las siguientes notaciones expresa esa cantidad?
- A. $1,065 \cdot 10^8 \text{ km}^2$
 B. $10,65 \cdot 10^8 \text{ km}^2$
 C. $106,5 \cdot 10^8 \text{ km}^2$
 D. $1.065 \cdot 10^8 \text{ km}^2$
- 10 La masa aproximada del planeta Marte se puede expresar de la siguiente manera:

$$(6 \cdot 10^{23} + 3 \cdot 10^{22} + 9 \cdot 10^{21}) \text{ kg}$$

¿Cuál es la masa aproximada de Marte en toneladas?

- A. $6,39 \cdot 10^{18}$
 B. $6,39 \cdot 10^{19}$
 C. $6,39 \cdot 10^{20}$
 D. $6,39 \cdot 10^{21}$